№ 3. 11 Сентября 1886 г. I Сем.



ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

и

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

Адресъ Редакціи: Нижне-Владимірская улица, домъ № 19.

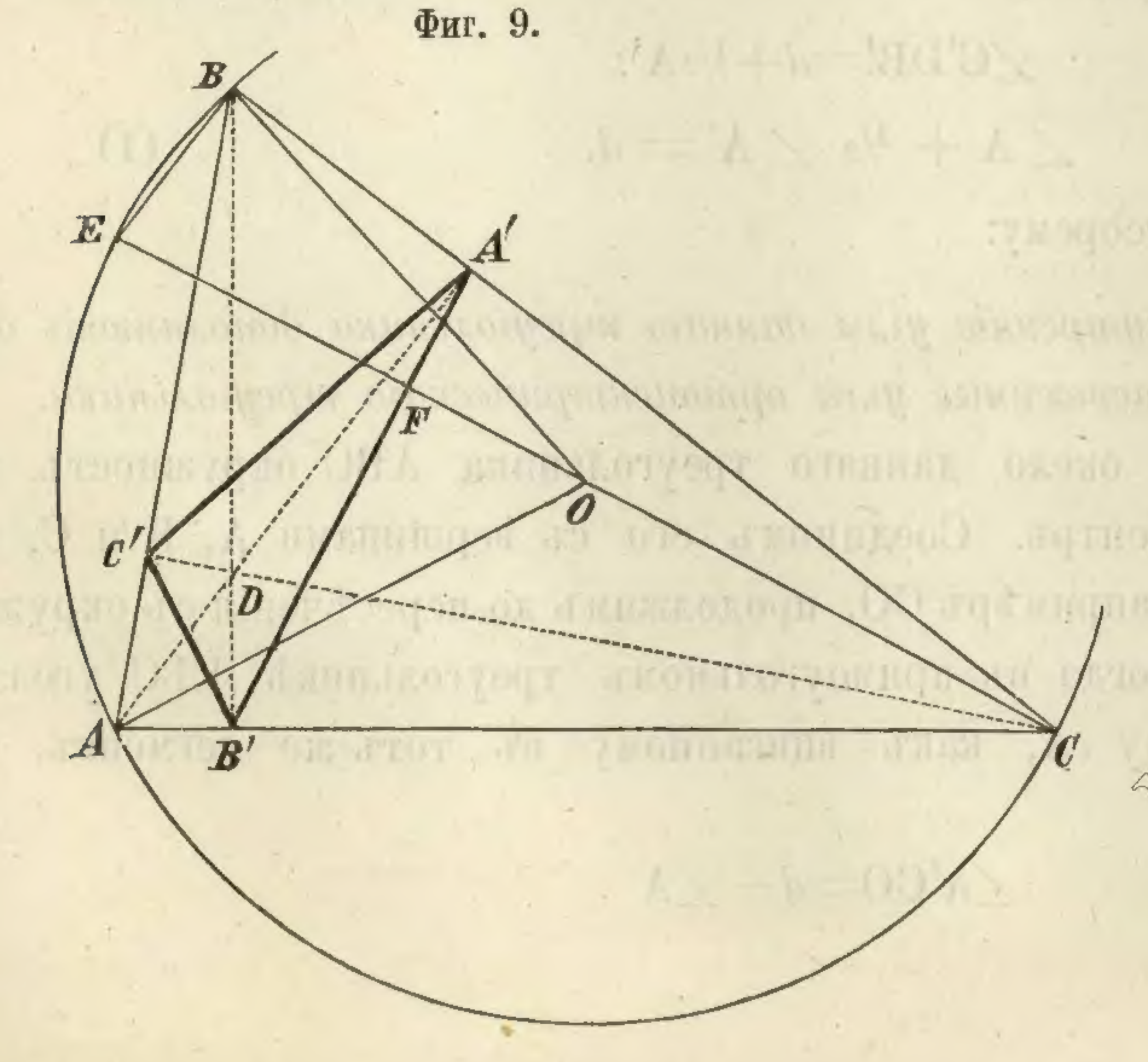
Цѣна: 3 р. въ семестръ, или 6 р. въ годъ.

Ортоцентрическій треугольникъ.

(Отвѣтъ на тему, предложенную А. П. Грузинцевымъ въ № 17 Журн. Эл. Мат. за 188⁵/₆ г.).

Если въ данномъ треугольникѣ ABC проведемъ всѣ три высоты и соединимъ прямыми линіями ихъ подошвы, то треугольникъ A′B′C′, такъ полученный, называется *ортоцентрическимъ* по отношенію къ данному. Точка пересѣченія D трехъ высотъ носитъ названіе *ортоцентра*; онъ можетъ лежать какъ внутри, такъ и внѣ даннаго треугольника ABC, смотря потому будетъ-ли таковой косо - или тупоугольнымъ. Для прямоугольнаго треугольника ортоцентръ

Фиг. 9.



сливается съ вершиною прямого угла, и въ этомъ случаѣ ортоцентрическій треугольникъ невозможенъ.

Разсмотримъ нѣкоторыя свойства ортоцентрическаго треугольника. Пусть данный треугольникъ ABC будетъ косоугольный, тогда весь ортоцентрическій треугольникъ A'B'C' будетъ лежать внутри даннаго. Въ четыреугольникѣ AC'DB' суммы противоположныхъ угловъ равны двумъ прямымъ, слѣдовательно около него можно описать окружность, и потому углы C'AD и C'B'D будутъ равны, какъ вписанные и измѣряющіеся одною и тою-же дугою. Около четыреугольника B'DA'C тоже можно описать окружность, а потому на такомъ-же точно основаніи

$$\angle A'CD = \angle A'B'D.$$

Но съ другой стороны $\angle A'CD = \angle C'AD$,

такъ какъ каждый изъ нихъ равенъ $90°-B$, слѣдовательно

$$\angle C'B'D = \angle A'B'D,$$

т. е. высота BB' дѣлитъ пополамъ соотвѣтственный уголъ B' ортоцентрическаго треугольника. Распространяя это и на остальныя высоты, имѣемъ теорему:

I. Высоты даннаго треугольника суть биссекторы угловъ ортоцентрическаго.

Чтобы вывести зависимость между соотвѣтственными углами даннаго треугольника и ортоцентрическаго, разсмотримъ опять четыреугольникъ AC'DB'; въ немъ $\angle A + \angle C'DB' = 2d$; но $\angle C'DB'$ есть не что иное какъ сумма: $\frac{1}{2}C' + \frac{1}{2}B' + A'$, т. е.

$$\angle C'DB' = d + \frac{1}{2}A';$$

Слѣдовательно: $$\angle A + \frac{1}{2}\angle A' = d. \quad (1)$$

Отсюда имѣемъ теорему:

II. Удвоенные внутренніе углы даннаго треугольника дополняютъ до двухъ прямыхъ соотвѣтственные углы ортоцентрическаго треугольника.

Опишемъ теперь около даннаго треугольника ABC окружность, и пусть O будетъ ея центръ. Соединимъ его съ вершинами A, B и C, и одинъ изъ радіусовъ, напримѣръ CO, продолжимъ до пересѣченія съ окружностью въ точкѣ E. Тогда въ прямоугольномъ треугольникѣ EBC уголъ E будетъ равенъ углу A, какъ вписанному въ тотъ-же сегментъ, и слѣдовательно

$$\angle A'CO = d - \angle A.$$

http://vofem.ru

Обозначая черезъ F точку пересѣченія продолженнаго радіуса CO съ соотвѣтственною стороною ортоцентрическаго треугольника A'B', имѣемъ въ треугольникѣ FA'C

$$\angle A'FC + FCA' + CA'F = 2d,$$

подставляя вмѣсто FCA' равную ему величину $d - \angle A$ и замѣчая, что $\angle CA'F = d - \frac{1}{2}A'$, находимъ

$$\angle A'FC + d - A + d - \frac{1}{2}A' = 2d$$

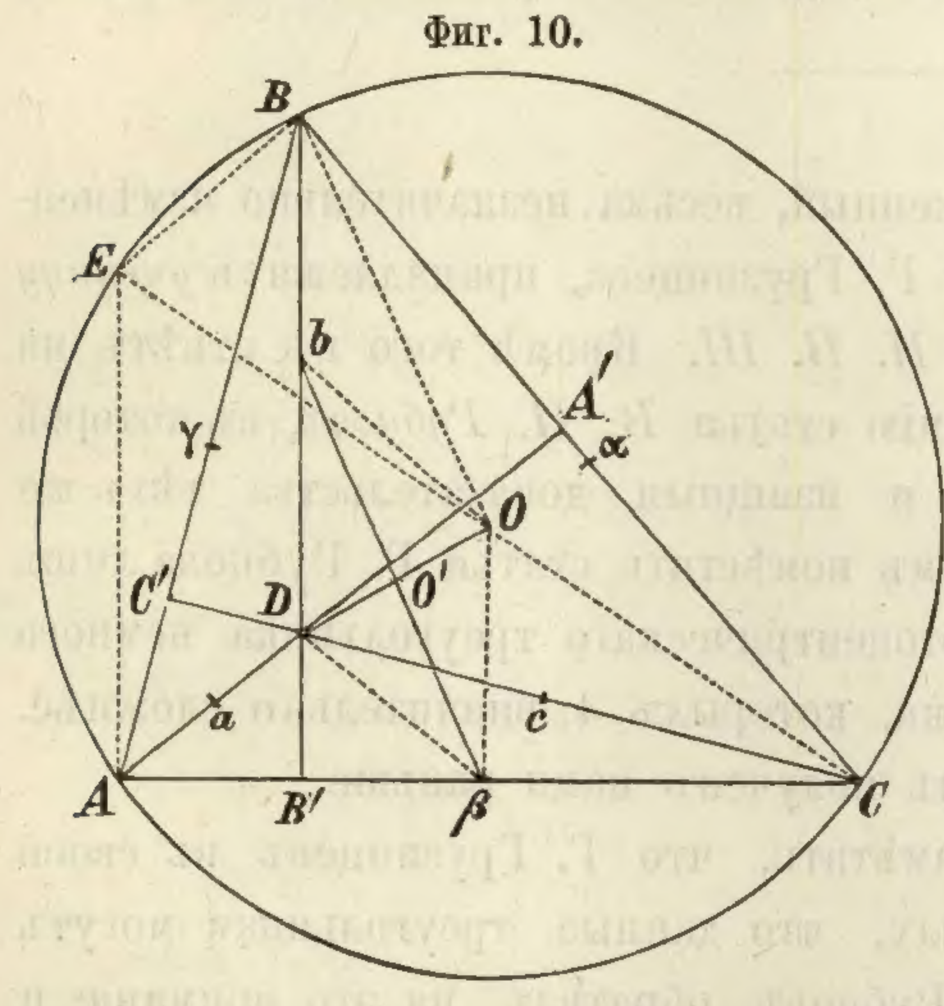
или, на основаніи раньше выведеной зависимости (1),

$$\angle A'FC = d,$$

т. е. приходимъ къ заключенію, что линіи OC и A'B' перпендикулярны. Распространяя это и на остальныя двѣ стороны B'C' и C'A', можемъ считать доказанною слѣдующую теорему:

III. Прямыя, соединяющія вершины угловъ даннаго треугольника съ центромъ круга, описаннаго около него, соотвѣтственно перпендикулярны къ сторонамъ ортоцентрическаго треугольника.

Фиг. 10.



Опустимъ теперь изъ центра O (фиг. 10) перпендикуляръ Oβ на хорду AC и соединимъ вершину даннаго треугольника A съ концемъ діаметра E; тогда очевидно $O\beta = \frac{1}{2}AE$; а такъ какъ четыреугольникъ ADBE есть параллелограмъ, то AE=BD, и если точка b есть середина отрѣзка BD, то и фигура DbOβ есть параллелограмъ. Примемъ точку пересѣченія его діагоналей O' за центръ и опишемъ окружность радіусомъ $O'b = O'\beta$; она пройдетъ очевидно не только черезъ точку β (середину стороны AC) и b (середину отрѣзка высоты BD), но также и черезъ точку B' (т. е. черезъ вершину ортоцентрическаго треугольника), потому что $\angle bB'\beta$ прямой, а $b\beta$—будетъ діаметромъ. Радіусъ этой окружности O'b, какъ видно изъ подобія треугольниковъ DO'b и DOB, будетъ равенъ половинѣ радіуса OB, а ея центръ O' находится на серединѣ прямой DO, соединяющей ортоцентръ съ центромъ описанной окружности. Построеніемъ, совершенно аналогичнымъ предыдущему, мы-бы убѣдились, что та-же окружность прошла-бы еще чрезъ точки: a (середину

стороны BC), a (середину отрѣзка AD) и A' (вершину ортоцентрическаго треугольника) и точно также—еще черезъ точки: γ (середину стороны AB), c (середину отрѣзка CD) и C' (третью вершину ортоцентрическаго треугольника). Отсюда приходимъ къ заключенію о справедливости трехъ слѣдующихъ теоремъ:

IV. Кругъ, описанный около ортоцентрическаго треугольника, проходитъ черезъ середины сторонъ даннаго.

V. Тотъ-же кругъ дѣлитъ пополамъ отрѣзки высотъ даннаго треугольника, заключенные между точкою ихъ встрѣчи и вершинами треугольника.

VI. Радіусъ того-же круга вдвое менѣе радіуса круга, описаннаго около даннаго треугольника.

Кругъ этотъ O' (на нашемъ чертежѣ непроведенный) носитъ названіе *круга девяти точекъ*, и три послѣднія теоремы, соединенныя вмѣстѣ, встрѣчаются въ руководствахъ геометріи подъ названіемъ *теоремы Эйлера* [1]).

Примѣчаніе редакціи. Вышеизложенный, весьма незначительно измѣненный и сокращенный отвѣтъ на тему Г. Грузинцева, принадлежитъ *ученику 8-го класса I Харьковской гимназіи Н. Н. Ш.* Кромѣ того въ отвѣтъ на ту-же тему была прислана въ редакцію статья *В. Н. Рубцова*, въ которой представлены вполнѣ своеобразныя и изящныя доказательства тѣхъ-же шести теоремъ; мы не могли цѣликомъ помѣстить статьи Г. Рубцова лишь потому, что его выводъ свойствъ ортоцентрическаго треугольника немного труднѣе вышеприведеннаго, и чертежи, которыхъ 4, значительно сложнѣе. Притомъ отвѣтъ ученика Н. Ш. былъ полученъ нами раньше.

Тѣмъ не менѣе мы должны замѣтить, что Г. Грузинцевъ въ своей темѣ, совершенно упустилъ изъ виду, что данные треугольники могутъ быть не только косоугольные. Г. Рубцовъ обратилъ на это вниманіе и относительно теоремы 1-ой дѣлаетъ слѣдующую оговорку:

„Высота, проведенная изъ вершины тупого угла даннаго треугольника дѣлитъ пополамъ соотвѣтственный уголъ ортоцентрическаго треугольника, остальныя двѣ высоты дѣлятъ пополамъ не внутренніе, а внѣшніе углы ортоцентрическаго треугольника".

---

[1]) См. напримѣръ „ Traité de Géométrie" par Rouché et Comberousse. § 396, изд. 5-е.

http://vofem.ru

Поэтому теорему I въ общемъ видѣ можно формулировать такъ: *Углы ортоцентрическаго треугольника дѣлятся пополамъ высотами или продолженными сторонами даннаго.*

Въ теорему II-ую Г. Рубцовъ тоже вводитъ совершенно вѣрную поправку для случая тупоугольныхъ треугольниковъ, а именно:

„Если уголъ A даннаго треугольника тупой, то не сумма $2A+A'$ равна $2d$, а разность $2A-A'=2d$; остальные-же углы B и C равны соотвѣтственно $1/2$ B' и $1/2$ C'“.

Остальныя теоремы справедливы и для тупоугольныхъ треугольниковъ.

Кромѣ того Г. Рубцовъ въ своей статьѣ указываетъ на связь разсматриваемаго вопроса съ теоремой Эйлера и съ задачами № 20 и № 84, помѣщенными въ Traité de Géométrie Rouché et Comberousse.

Ученикъ Н. Ш., не довольствуясь въ своемъ отвѣтѣ доказательствомъ предложенныхъ въ № 17 Журн. Эл. Мат. шести теоремъ, присоединилъ къ нимъ еще 2 теоремы и рѣшенія двухъ задачъ, относящихся къ теоріи ортоцентрическаго треугольника, и мы сочли удобнымъ помѣстить ихъ тутъ-же.

Назовемъ длину сторонъ даннаго треугольника ABC (фиг. 9) черезъ a, b и c, а ортоцентрическаго $A'B'C'$—черезъ a', b' и c'. Изъ треугольника $BC'A'$ имѣемъ:

$$b'^2=\overline{BC'}^2+\overline{BA'}^2-2\ BC'.\ BA'.\ \mathrm{Cos}B;$$

но изъ треугольника $BC'C$ видимъ, что

$$BC'=a\ \mathrm{Cos}B;$$

точно также и

$$BA'=c.\ \mathrm{Cos}B,$$

слѣдовательно

$$b'^2=(a^2+c^2-2ac\ \mathrm{Cos}B)\ \mathrm{Cos}^2B,$$

а такъ такъ выраженіе, стоящее въ скобкахъ, представляетъ квадратъ стороны b, то, извлекая корень, находимъ зависимость:

$$\left.\begin{aligned} b'&=\pm b.\ \mathrm{Cos}B,\\ \text{точно также:}\quad a'&=\pm a.\ \mathrm{Cos}A,\\ c'&=\pm c.\ \mathrm{Cos}C, \end{aligned}\right\}\quad(2)$$

т. е. имѣемъ еще теорему:

http://vofem.ru

VII. Стороны ортоцентрическаго треугольника соотвѣтственно равны сторонамъ даннаго, умноженнымъ на косинусъ угла имъ противолежащаго.

Называя периметръ ортоцентрическаго треугольника черезъ $2p'$, на основаніи только что доказанной теоремы имѣемъ:

$$2p'=a.\ \mathrm{Cos}A+b.\ \mathrm{Cos}B+c.\ \mathrm{Cos}C. \qquad (3)$$

Съ другой стороны мы раньше видѣли (фиг. 10), что перпендикуляръ изъ центра круга описаннаго на сторону даннаго треугольника

$$O\beta={}^1/_2AE,$$

а такъ какъ $AE=2R.\ \mathrm{Cos}B$, гдѣ R есть радіусъ круга описаннаго, то

$$O\beta=R.\ \mathrm{Cos}B,$$

точно также $O\alpha=R.\ \mathrm{Cos}A$

и $O\gamma=R.\ \mathrm{Cos}C.$

Подставляя въ (3) вмѣсто CosA, CosB, CosC ихъ значенія, выведенныя изъ послѣднихъ трехъ уравненій, получимъ:

$$2p'=\frac{1}{R}(a.O\alpha+b.O\beta+c.O\gamma);$$

выраженіе въ скобкахъ представляетъ собою удвоенную площадь даннаго треугольника, слѣдовательно

$$R.\ p'=\triangle ABC, \qquad (4)$$

т. е. имѣемъ теорему:

VIII. Площадь всякаго треугольника равняется полупериметру ортоцентрическаго треугольника, умноженному на радіусъ круга описаннаго около даннаго.

Слѣдствіе. Обозначая радіусъ круга вписаннаго въ ортоцентрическій треугольникъ черезъ ρ, имѣемъ

$$\triangle\ A'B'C'=p'.\ \rho;$$

сравнивая съ (4), находимъ:

$$\frac{\triangle\ ABC}{\triangle\ A'B'C'}=\frac{R}{\rho}, \qquad (5)$$

т. е. *площади треугольниковъ даннаго и ортоцентрическаго относятся какъ радіусы круговъ описаннаго около даннаго и вписаннаго въ ортоцентрическій.*

Рѣшимъ теперь двѣ слѣдующія задачи.

1) Найти радіусы круговъ вписанныхъ въ ортоцентрическій треугольникъ.

http://vofem.ru

Обозначимъ ихъ буквами: ρ, ρ', ρ'', ρ'''. Такъ какъ

$$\triangle ABC = \frac{abc}{4R}$$

и

$$\triangle A'B'C' = \frac{a'b'c'}{4R'} = \frac{a\,b\,c.\ \mathrm{Cos}A.\ \mathrm{Cos}B.\ \mathrm{Cos}C}{2R},$$

то на основаніи зависимости (5) имѣемъ:

$$\rho = 2R.\ \mathrm{Cos}A.\ \mathrm{Cos}B\ \mathrm{Cos}C. \qquad (6)$$

Изъ тригонометріи извѣстно, что

$$a = 2R.\mathrm{Sin}A;\ b = 2R.\mathrm{Sin}B;\ c = 2R.\mathrm{Sin}C;$$

возвышая въ квадратъ, складывая и обозначая $a^2+b^2+c^2=S$, имѣемъ:

$$\mathrm{Sin}^2A + \mathrm{Sin}^2B + \mathrm{Sin}^2C = \frac{S}{4R^2}.$$

А такъ какъ

$$2\mathrm{Cos}A.\mathrm{Cos}B.\mathrm{Cos}C = 1 - (\mathrm{Cos}^2A + \mathrm{Cos}^2B + \mathrm{Cos}^2C) =$$
$$= \mathrm{Sin}^2A + \mathrm{Sin}^2B + \mathrm{Sin}^2C - 2 = \frac{S - 8R^2}{4R^2},$$

то, подставля въ (6) получаемъ:

$$\rho = \frac{S - 8R^2}{4R}. \qquad (7)$$

Чтобы найти радіусы внѣшнихъ вписанныхъ круговъ, замѣтимъ, что

$$\triangle BC'A' = \frac{BC'.\ BA'.\ \mathrm{Sin}B.}{2} = \frac{ac\ \mathrm{Cos}^2B.\ \mathrm{Sin}B;}{2}$$

но съ другой стороны

$$\triangle BC'A' = \frac{\rho''\ b\ \mathrm{Cos}B}{2},$$

сравнивая, находимъ

$$\rho'' = \frac{ac}{b}\mathrm{Sin}B.\ \mathrm{Cos}B;$$

точно также получимъ:

$$\rho' = \frac{bc}{a}\mathrm{Sin}A.\ \mathrm{Cos}A$$

$$\rho''' = \frac{ab}{c}\mathrm{Sin}C.\ \mathrm{Cos}C.$$

Отсюда не трудно вывести, что:

$$\rho' = \frac{S - 2a^2}{4R},$$

http://vofem.ru

$$\rho''=\frac{S-2b^2}{4R},$$

и $$\rho'''=\frac{S-2c^2}{4R}.$$

Задача 2-я. Найти разстоянiе центра круга описаннаго около даннаго треугольника до ортоцентра.

Искомое разстоянiе OD (фиг. 10) найдется изъ треугольника BOD, въ которомъ OB=R, BD=AE=2R CosB и уголъ DBO, какъ не трудно убѣдиться изъ чертежа, равенъ разности угловъ A—C. Подставляя эти данныя въ извѣстную формулу

$$\overline{OD}^2=\overline{OB}^2+\overline{BD}^2-2OB.\ BD.\ Cos\ DBO$$

и дѣлая обыкновенныя тригонометрическiя упрощенiя, легко находимъ

$$\overline{OD}^2=R^2\ (1-8\ CosA.\ CosB.\ CosC),$$

или, на основанiи зависимости (6)

$$\overline{OD}^2=R^2\left(1-\frac{4\rho}{R}\right),$$

или наконецъ

$$OD=\sqrt{R\ (R-4\rho)}$$

(Учен. 8 кл. I Харьк. гимн. Н. Ш.)

Простѣйшiй способъ межеванiя.

(Продолженiе).

Перейдемъ къ рѣшенiю задачъ.

1. Провести прямую линiю между двумя точками A и B?

Рѣшенiе этой и слѣдующей задачи основывается на слѣдующемъ: *нѣсколько кольевъ находятся на одной прямой линiи, если, смотря съ одного конца, намъ будетъ казаться, что крайнiй колъ закрываетъ собою всѣ остальные.*

Для рѣшенiя задачи нужны два лица: наблюдатель и работникъ. Прежде всего ставятъ два кола въ крайнихъ точкахъ A и B. Наблюдатель стоитъ въ A, а работникъ ставитъ промежуточные колья. Наблюдатель приказываетъ работнику податься съ коломъ вправо или влѣво до

http://vofem.ru

тѣхъ поръ, пока онъ замѣтитъ, что колъ А, покрывая колъ В, покроетъ вмѣстѣ съ тѣмъ и вновь поставленный колъ. Подобнымъ образомъ можно на прямой АВ поставить сколько угодно кольевъ.

2. Продолжить прямую АВ?

Задача рѣшается тѣмъ-же пріемомъ. Ставятъ два кола въ А и В., Наблюдатель стоитъ въ А, а работникъ ставитъ колья на продолженіи АВ. Наблюдатель опять смотритъ за тѣмъ, чтобы колъ А, покрывая колъ В, покрылъ-бы также и вновь поставленный колъ. Если разстояніе АВ довольно велико, такъ что колъ, поставленный на продолженіи АВ плохо замѣтенъ изъ А, то прежде всего ставятъ одинъ или нѣсколько промежуточныхъ кольевъ на прямой АВ. Постановку кольевъ на продолженіи АВ можно производить тогда, наблюдая изъ промежуточной точки.

3. Измѣрить разстояніе между двумя точками А и В?

Въ точкѣ В ставятъ вѣху съ краснымъ флагомъ (красный цвѣтъ виденъ отчетливо на далекомъ разстояніи). Наблюдатель, стоя въ точкѣ А, велитъ двумъ работникамъ тянуть десятисаженную цѣпь. Переднему работнику дается десять колышковъ, которые онъ и втыкаетъ по одному каждый разъ въ концѣ натянутой цѣпи. Наблюдатель смотритъ за тѣмъ, чтобы передній работникъ не уклонялся отъ прямой линіи *АВ*, для чего командуетъ ему податься то вправо, то влѣво до тѣхъ поръ, пока замѣтитъ, что работникъ стоитъ прямо противъ вѣхи. Передній работникъ, натянувъ цѣпь и поставивъ колышекъ, продолжаетъ тянуть цѣпь далѣе до тѣхъ поръ пока задній работникъ, приложивъ конецъ цѣпи къ воткнутому колышку, не велитъ ему остановиться. Колышки постепенно вынимаются заднимъ работникомъ. Если всѣ десять колышковъ перейдутъ къ заднему работнику, то этотъ послѣдній снова передаетъ ихъ переднему. Оставшееся пространство, меньшее длины цѣлой цѣпи, измѣряется саженями и футами, намѣченными на цѣпи; если-же измѣреніе производится веревкою, то оставшееся пространство измѣряется простой саженью и намѣченными на ней аршинами. Положимъ, что всѣ колышки побывали у задняго работника 4 раза, и сверхъ того въ концѣ измѣренія у задняго оказалось 7 колышковъ; пусть оставшееся при этомъ разстояніе равно 3 саженямъ и 5 футамъ. Изъ этого измѣренія мы заключаемъ, что разстояніе АВ равно 473 саженямъ и 5 футамъ.

4. Измѣрить разстояніе отъ точки А до прямой линіи ВС?

Въ точкахъ А, В и С ставятъ колья. Далѣе нужно обратить вниманіе на два отдѣльные случая.

http://fotonin.ru

Первый случай. Если воображаемый перпендикуляръ изъ А пересѣкаетъ ВС, то на прямой ВС ставятъ гдѣ нибудь четвертый колъ въ D. Наблюдатель, идя по прямой ВС, останавливается въ томъ мѣстѣ, изъ котораго ему будетъ казаться колъ А на самомъ близкомъ разстояніи; въ этомъ мѣстѣ ставятъ колъ Е. Наблюдатель, идя по прямой ВС, всегда будетъ имѣть впереди или позади себя два кола. Замѣчая, что эти два кола покрываютъ другъ друга, наблюдатель тѣмъ самымъ убѣждается, что онъ находится на прямой линіи ВС.

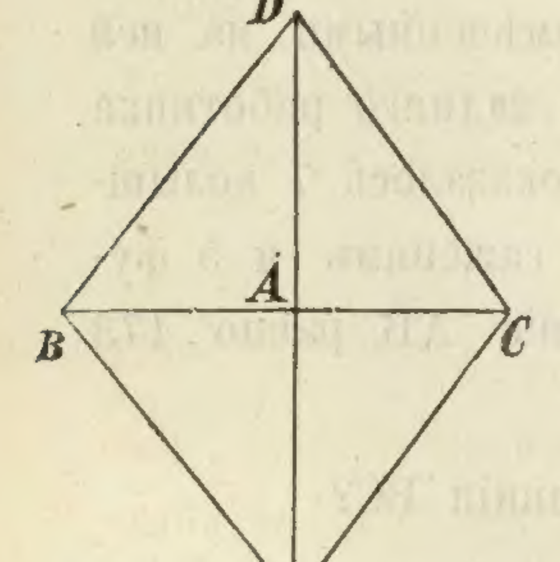
Второй случай. Если воображаемый перпендикуляръ изъ А пересѣкаетъ предолженіе ВС, то постановка четвертаго кола дѣлается излишнею, такъ какъ наблюдатель, идя по продолженію АВ, всегда будетъ имѣть съ одной стороны (впереди или позади себя) два кола А и В. Наблюдатель останавливается и ставитъ колъ Е въ томъ мѣстѣ, изъ котораго колъ А кажется на самомъ близкомъ разстояніи.

Найдя указаннымъ способомъ на прямой АВ, или на ея продолженіи, точку Е, изъ которой колъ А кажется на самомъ близкомъ разстояніи, остается измѣрить разстояніе АЕ, какъ показано въ предъидущей задачѣ.

Постановка кольевъ В, С и D становится излишнею, если прямая ВС какимъ нибудь образомъ на землѣ отмѣчена. Замѣтимъ, что этотъ способъ годенъ лишь въ тѣхъ случаяхъ, когда не нужна особенная точность, такъ какъ выборъ точки Е дѣлается на глазъ и трудно поэтому поручиться, что она, изъ всѣхъ точекъ прямой ВС, есть дѣйствительно ближайшая, т. е. что прямая, соединяющая ее съ данною точкою А, будетъ перпендикулярна къ прямой ВС. Но если требуется бо̀льшая точность, легко это провѣрить на основаніи двухъ слѣдующихъ задачъ.

5. Въ данной точкѣ, находящейся на данной прямой, возставить къ ней перпендикуляръ?

Фиг. 11.



По обѣ стороны данной точки отложимъ на данной прямой равные отрѣзки АВ и АС. Эти отрѣзки могутъ быть взяты произвольной длины, лишь бы разстояніе ВС было менѣе длины цѣлой цѣпи (веревки); но удобнѣе всего брать каждый отрѣзокъ длиною отъ трехъ до четырехъ саженъ. Укрѣпляютъ концы цѣпи въ точкахъ В и С и, взявъ цѣпь за средину, натягиваютъ ее. Пусть средина цѣпи упадетъ въ точку D; прямая АD будетъ перпендикулярна къ ВС.

Для большей точности и для повѣрки натягиваютъ цѣпь по другую сторону прямой BC; пусть при этомъ средина цѣпи упадетъ въ E. Наше построеніе будетъ вѣрно, если три точки D, A и E находятся на одной прямой линіи.

Если точка A находится возлѣ конца прямой линіи, и далѣе прямая линія не можетъ быть продолжена, то указанный пріемъ не годится, и для проведенія перпендикуляра въ этомъ случаѣ поступаютъ слѣдующимъ образомъ.

Фиг. 12.

Отъ точки A откладываютъ на данной прямой отрѣзокъ AB, равный тремъ саженямъ. Одинъ конецъ цѣпи укрѣпляютъ въ B. Отсчитавъ отъ другого конца цѣпи одну сажень, укрѣпляютъ это мѣсто цѣпи въ точкѣ A. Взявъ за средину, т. е. за пятое дѣленіе, натягиваютъ цѣпь, и пусть средина цѣпи упадетъ въ точку C; прямая AC будетъ перпендикулярна къ AB. Этотъ способъ проведенія перпендикуляра основывается на томъ, что треугольникъ, стороны котораго пропорціональны числамъ 3, 4 и 5, есть прямоугольный. Для большей точности и для повѣрки то-же самое дѣйствіе, какъ и прежде, повторяютъ по другую сторону прямой AB.

6. Изъ данной точки, находящейся внѣ данной прямой, провесть къ ней перпендикуляръ?

Фиг. 13.

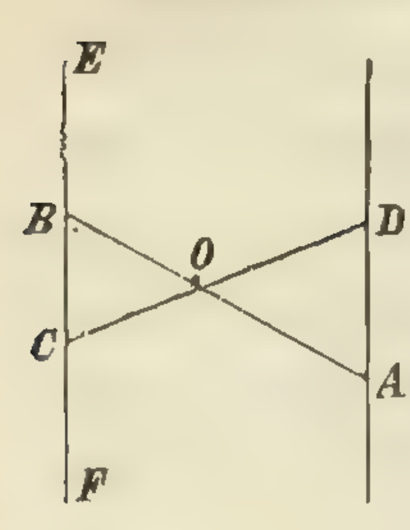
На данной прямой BC отмѣчаютъ точку E, изъ которой колъ, поставленный въ данной точкѣ A, кажется на самомъ близкомъ разстояніи (см. 4 задачу). Въ точкѣ E возставляютъ перпендикуляръ EF, какъ показано въ предъидущей задачѣ. Если продолженіе перпендикуляра EF пройдетъ чрезъ точку A, то этотъ перпендикуляръ будетъ искомый. Но обыкновенно продолженіе EF пройдетъ въ недалекомъ разстояніи отъ точки A; тогда измѣряютъ разстояніе AG отъ точки A до продолженія EF и откладываютъ ED=AG; прямая AD будетъ искомымъ перпендикуляромъ.

7. Чрезъ данную точку провести прямую, параллельную данной прямой?

Рѣшеніе задачи основывается на томъ, что двѣ параллельныя прямыя отсѣкаютъ отъ двухъ пересѣкающихся прямыхъ пропорціональные отрѣзки.

http://vofem.ru

Фиг. 14.



Пусть A—данная точка и EF—данная прямая линія. На данной прямой EF берутъ двѣ произвольныя точки B и C. На прямой AB берутъ произвольную точку O. Измѣряютъ разстоянія OA, OB и OC; пусть a, b и c—соотвѣтственныя числа, измѣряющія эти отрѣзки. Къ этимъ тремъ числамъ вычисляютъ четвертое пропорціональное:

$$BO : OA = CO : x, \text{ или } b : a = c : x,$$

откуда

$$x = \frac{a \times c}{b}.$$

На продолженіи CO откладываютъ отрѣзокъ OD, равный x. Прямая AD будетъ параллельна EF.

Примѣръ. Пусть OA=13 с. 2 ф., OB= 11 с. 1 ф, OC=10 с. 3 ф. Вычисляемъ четвертую пропорціональную:

$$x = \frac{13^2/_7 \times 10^3/_7}{11^1/_7} = 12 \text{ с. } 3 \text{ ф. (приблизительно).}$$

На продолженіи CO нужно отложить отрѣзокъ равный 12 с. 3 ф.

8. Измѣрить площадь прямоугольника?

Измѣряютъ двѣ смежныя стороны (основаніе и высоту) и полученныя числа перемножаютъ; произведеніе дастъ величину площади прямоугольника.

Примѣръ. Пусть двѣ смежныя стороны равны 13 с. 1 ф. и 47 с. 5 ф. Площадь прямоугольника будетъ равна

$$13^1/_7 \times 47\,^5/_7 = 627\ ^5/_{49} \text{ кв. с.} = 627 \text{ кв. с. } 5 \text{ кв. ф.}$$

9. Измѣрить площадь параллелограма?

Измѣряють основаніе (т. е. какую нибудь сторону, обыкновенно бо̀льшую) и высоту, т. е. разстояніе отъ какой нибудь точки основанія до противоположной стороны; найденныя числа перемножаютъ; полученное произведеніе дастъ величину площади параллелограма.

10. Измѣрить площадь треугольника?

Измѣряютъ основаніе (одну какую нибудь сторону) и высоту, т. е. разстояніе отъ противоположной вершины до основанія; найденныя числа перемножаютъ; половина полученнаго произведенія дастъ величину площади треугольника.

11. Измѣрить площадь трапеціи?

Измѣряютъ двѣ параллельныя стороны трапеціи и высоту, т. е. разстояніе отъ какой нибудь точки одной изъ параллельныхъ сторонъ до

другой; полусумму чиселъ, измѣряющихъ параллельныя стороны, умножаютъ на число, измѣряющее высоту; полученное произведеніе дастъ величину площади трапеціи.

Примѣръ, Пусть параллельныя стороны трапеціи равны 45 с. 3 ф. и 60 с. 4 ф., а высота равна 23 с. 5 ф. Полусумма параллельныхъ сторонъ равна

$$\frac{45\text{ с. }3\text{ ф.}+60\text{ с. }4\text{ ф.}}{2}=53\text{ с.}$$

Площадь трапеціи равна

$$53\text{ с.}\times 23^{5}/_{7}\text{ с.}=1256^{6}/_{7}\text{ кв. с.}=1256\text{ кв. с. }42\text{ кв. ф.}$$

12 Измѣрить площадь неправильнаго куска земли?

Если кусокъ земли ограниченъ со всѣхъ сторонъ прямыми линіями, то его разбиваютъ на прямоугольники, параллелограмы, треугольники и трапеціи; измѣряютъ площадь каждой части отдѣльно и складываютъ полученныя числа.

Если кусокъ земли ограниченъ въ нѣкоторыхъ мѣстахъ кривыми линіями, то прежде всего замѣняютъ приблизительно кривыя линіи прямыми; при этомъ въ однихъ мѣстахъ приходится отъ цѣлой площади отрѣзывать въ другихъ прирѣзывать маленькіе кусочки. Замѣну кривыхъ линій прямыми стараются произвести такимъ образомъ, чтобы сумма прирѣзанныхъ кусковъ равнялась суммѣ отрѣзанныхъ частей. Для большей точности можно на самомъ дѣлѣ обѣ эти суммы вычислить и ихъ разность придать къ цѣлой площади, или отъ нея отнять.

(Окончаніе слѣдуетъ).

В. П. Ермаковъ.

Новыя книги.

3. Описательная Астрономія, общедоступно изложенная. *М. Хандрикова*, ординарнаго профессора университета Св. Владиміра. Изданіе книгопродавца Н. Я. Оглоблина. Кіевъ. 1886 г. 418 стр. Цѣна 3 рубля.

Если надо принять за фактъ, что въ настоящее время страсть писать „общедоступныя" ученыя книги наполняетъ полки нашихъ книжныхъ магазиновъ и библіотекъ никому почти ненужнымъ бумажнымъ хламомъ, то съ другой стороны можно отчасти мирится съ этою злобою дня, убѣждаясь, что въ числѣ „общедоступныхъ" книгъ попадаются, хотя изрѣдка,

и такія капитальныя сочиненія, какъ вышеназванная Описательная Астрономія проф. Хандрикова. Даже какъ будто жаль становится, что книга, благодаря своему заглавію, отнесена къ категоріи „общедоступныхъ", тѣмъ болѣе, что и общедоступность эта могла-бы быть отмѣчена знакомъ вопроса... Мы бы скорѣе согласились назвать книгу проф. Хандрикова общеполезною, общеинтересною и—почти общеобязательною для интеллигентной среды русскихъ читателей, такъ какъ въ ней изложены не только самыя современныя свѣдѣнія изъ той области внѣземныхъ явленій, проникнуть въ которую человѣческій умъ стремился всегда и вездѣ, гдѣ только виденъ надъ головою загадочный и полный феноменальныхъ чудесъ небесный сводъ, но также и всѣ тѣ элементарныя понятія изъ теоретической астрономіи, которыя при настоящемъ уровнѣ европейской цивилизаціи слѣдуетъ считать обязательными для всякаго, получившаго хотя-бы только такъ называемое среднее образованіе. А такъ какъ въ русской литературѣ, сколько намъ извѣстно, другой по подобному плану составленной описательной астрономія въ настоящее время нѣтъ, ибо знаменитые „Очерки Астрономіи" Гершеля (переводъ Драшусова), а также „Система міра" Лапласа (переводъ Хотинскаго), по сравненію съ современными успѣхами физической астрономіи, должны считаться устарѣлыми и притомъ-же ихъ не легко теперь найти въ продажѣ, то наврядъ-ли мы ошибемся, предсказывая новой книгѣ проф. Хандрикова большой успѣхъ и распространеніе.

Тѣмъ болѣе причинъ отнестись при составленіи такой книги съ возможною осмотрительностью, чтобы не подавать повода поверхностной критикѣ указаніями на различнаго рода небрежности, неточности и маловажныя ошибки умалять внутреннее достоинство столь цѣннаго сочиненія, для добросовѣстнаго составленія котораго требовались годы усидчиваго труда. Поэтому насъ очень непріятно поразилъ недостатокъ такой осмотрительности, особенно рѣзко бросающійся въ глаза при оцѣнкѣ внѣшней стороны книги проф. Хандрикова.

Итакъ—не можемъ не сказать—что во 1-хъ крайне непріятно изумляетъ читателя шаткость правилъ правописанія въ книгѣ, которая по мнѣнію самого автора „можетъ служить пособіемъ при преподаваніи космографіи" и написана въ формѣ, „доступной для всѣхъ образованныхъ читателей". Не споримъ, что въ наше время можно еще, благодаря не вполнѣ установившейся орѳографіи, писать по русски или такъ, или сякъ, или наконецъ ни такъ ни сякъ, а своеобразно, по своему, что позволительно пока или придерживаться, или не придерживаться правописанія Грота, что напр. можно еще предпочитать слова: *другаго*, *земнаго* и проч. словамъ

другого, *земного* и проч., но во всякомъ случаѣ нужно-же, послѣдовательности ради, держаться чего нибудь одного; между тѣмъ въ Описательной Астрономіи, можно встрѣтить весьма разнообразные способы правописанія однихъ и тѣхъ-же словъ Напримѣръ *обълсловливатъ* бываетъ и съ лишнимъ *ъ*, и безъ оного, *итакъ* (союзъ), раздѣленной ошибочно въ первой половинѣ книги на два слова, во второй части сливается уже въ одно; то-же относится и къ союзу *притомъ*, который профессоръ Хандриковъ тоже не всегда пишетъ одинаково. Другія слова, какъ *ровняется* (вм. равняется), *въ теченіи* (вм. въ теченіе), и проч. проч. проч. попадаются во всей книгѣ одинаково часто, и если-бы всѣ подобнаго рода ошибки отнести только къ опечаткамъ, то ихъ было-бы не *пять*, какъ указано авторомъ на одной изъ начальныхъ страницъ, а по крайней мѣрѣ 5000. Кромѣ того проф. Хандриковъ, по невнимательности конечно, оставилъ въ своей книгѣ и чисто грамматическія ошибки въ родѣ слѣдующихъ: „Примемъ землю за шаръ, не разсматривая ея эллипсоидальность" (стр. 28); выраженіе *земля движится* повторено очень часто и всегда въ той-же невозможной грамматической формѣ: или напр. на стр. 198; „если... положимъ *не большое* количество цинка" и пр. пр. Вообще книга проф. Хандрикова до того испещрена ошибками и неисправленными опечатками, что въ этомъ отношеніи она рѣзко выдѣляется между другими новыми книгами, которыя въ наше время, каково-бы ни было ихъ внутреннее достоинство и содержаніе, издаются вообще тщательно и прилично.

Второй упрекъ, опять таки въ небрежности, мы должны сдѣлать автору Описательной Астрономіи за тѣ не строго научныя опредѣленія, которыя онъ допускаетъ въ своемъ трактатѣ, коль скоро рѣчь идетъ не объ астрономіи. Такъ напр. на стр. 26-й читаемъ: „Паденіе свободныхъ тѣлъ (почему не „свободное паденіе тѣлъ"?) доказываетъ существованіе силы, дѣйствующей непрерывно на каждую частицу вещества (паденіе тѣлъ вовсе этого не доказываетъ, такъ какъ и прерывно (толчками) дѣйствующая сила молга бы быть его причиною); скорость паденія тѣлъ служитъ мѣрою этой силы (не скорость, а ускореніе); давленіе падающихъ тѣлъ на встрѣтившееся препятствіе называется ихъ вѣсомъ (никогда!), который зависитъ отъ ихъ массы и отъ упомянутой скорости". Богъ знаетъ что такое! Даже въ „общедоступныхъ" книжкахъ рѣдко попадаются такіе курьезы. И можно-ли помѣстить подобныя 5 строчекъ въ серьезно-научномъ сочиненіи иначе, какъ по неосмотрительности? Мы не думаемъ. Отмѣтимъ еще между прочимъ, что примѣчаніе внизу страницы 409-й сдѣ-

лано неумѣстно, такъ какъ въ немъ приведенъ законъ притяженія сферическимъ слоемъ *внѣшней* матеріальной точки, а въ текстѣ, въ томъ мѣстѣ гдѣ сдѣлана ссылка, рѣчь идетъ о притяженіи *внутренней* точки.

Въ третьихъ—основной планъ книги не могъ намъ показаться строго выдержаннымъ, такъ какъ внимательное чтеніе ея приводитъ къ заключенію, что авторъ, задавшись въ началѣ цѣлью изложить начала астрономіи „въ формѣ доступной во всѣхъ своихъ частяхъ тѣмъ, которые хотя немного знакомы съ элементарной математикой до основныхъ теоремъ плоской тригонометріи включительно", потомъ какъ будто забываетъ объ этомъ и то черезъ чуръ элементарничаетъ, то предполагаетъ въ читателѣ уже заранѣе пріобрѣтенныя астрономическія познанія. Какъ на маловажный примѣръ этой забывчивости укажемъ на опредѣленіе астрономической широты (стр. 10), гдѣ терминъ *полюсъ* (эклиптики) введенъ безъ предварительнаго опредѣленія, хотя понятіе о полюсѣ относится не къ прямолинейной, а къ сферической тригонометріи, или на стр. 57-й при выводѣ формулы для опредѣленія средняго разстоянія земли отъ солнца (по наблюденіямъ Марса въ оппозиціи) говорится, что отношеніе $\frac{\triangle}{a}$ разстоянія Марса отъ земли къ искомому разстоянію земли отъ солнца „извѣстно съ большою точностью изъ таблицъ". А что-жъ это за таблицы—можетъ спросить читатель—и почему въ нихъ можно найти $\frac{\triangle}{a}$ въ то время, когда ни $\triangle$, ни a намъ еще неизвѣстны? Но гораздо болѣе серьезнымъ считаемъ упущеніе изъ виду того обстоятельства, что читатели Описательной Астрономіи по предположенію ищутъ въ ней именно „описанія" различныхъ свѣтилъ небесныхъ, а въ томъ числѣ—и описанія созвѣздій и главнѣйшихъ неподвижныхъ звѣздъ. Почему авторъ предположилъ наоборотъ, что читатель долженъ уже быть очень обстоятельно ознакомленъ съ созвѣздіями и ихъ латинскими названіями и знать какою буквою греческаго алфавита названа та или другая звѣзда, почему къ такой книгѣ авторъ не счелъ нужнымъ приложить карты неба—этого мы рѣшительно не понимаемъ. На стр. напр. 29 авторъ говоритъ: „Всѣмъ извѣстна наиболѣе яркая звѣзда въ Гіадахъ, въ созвѣздіи тельца"—а можетъ быть и не всѣмъ? Мы склонны думать наоборотъ, что это именно извѣстно весьма немногимъ изъ числа читателей. Въ другой разъ на той-же страницѣ авторъ уже говоритъ: „Многимъ извѣстно, что самое красивое созвѣздіе, которое мы видимъ зимою, называется Оріономъ". *Многимъ*—значитъ опять таки *не всѣмъ*, а съ другой стороны вмѣсто того чтобы опредѣлять созвѣздія *по красотѣ*, было-бы. безопаснѣе прямо сослаться на карту. Къ несчастію, таковой въ книгѣ нѣтъ

За то есть, какъ будто нечаянно туда попавшіе, три рисунка, довольно плохіе и оставленные почти безъ объясненія. Первый изъ нихъ представляетъ фотографическое изображеніе солнечнаго диска съ пятнами и факелами, и не даетъ представленія ни о пятнахъ, ни о факелахъ, а второй, аляповатое изображеніе пяти различныхъ спектровъ, можетъ только ввести читателя въ недоумѣніе относительно его назначенія. Разъ авторъ посвящаетъ отдѣльный параграфъ объясненію сущности спектральныхъ изслѣдованій и тѣмъ самимъ не предполагаетъ въ читателѣ предварительнаго знакомства съ этимъ отдѣломъ физико-химіи, и рѣшается для большей наглядности приложить къ этому параграфу отдѣльный хромо-литографическій рисунокъ, то не странно-ли послѣ всего этого оставить этотъ-же рисунокъ безъ всякаго вниманія, въ особенности, если сдѣланныя на немъ надписи сами по себѣ ничего не разъясняютъ? Очевидно книга была написана отдѣльно, а второй рисунокъ, (заимствованный) попалъ въ нее потомъ уже, совершенно случайно.

Какъ вышеуказанныя, такъ и подобныя имъ слабыя стороны разсматриваемой книги, относятся—повторяемъ—къ чисто внѣшнимъ ея недостаткамъ и, имѣя второстепенное лишь значеніе, никоимъ образомъ не должны подавать повода къ предположенію, что и въ отношеніи содержанія книга составлена небрежно. Напротивъ, по внутреннимъ своимъ достоинствамъ, по громадному накопленію научнаго, очень добросовѣстно собраннаго въ ней матеріала, Описательная Астрономія проф. Хандрикова составляетъ одно изъ самыхъ цѣнныхъ пріобрѣтеній нашей учебной литературы и можетъ быть рекомендована какъ прекрасное и вполнѣ современное пособіе какъ для изученія основныхъ началъ космографіи, такъ и для дальнѣйшаго ознакомленія съ положеніями теоретической астрономіи и небесной механики. Вторая-же часть книги, составляющая почти ея $^2/_3$ по объему, посвящена такъ называемой астрофизикѣ и содержитъ интересное и популярно изложенное описаніе солнца, луны, большихъ и малыхъ планетъ, кометъ, падающихъ звѣздъ, перемѣнныхъ и двойныхъ звѣздъ, туманныхъ пятенъ и пр. и въ заключеніе—наиболѣе вѣроятной нынѣ гипотезы Фая о происхожденіи вселенной вообще и нашей солнечной системы въ частности.

Вопросы и задачи.

№ 18. Показать какимъ образомъ при помощи обыкновенныхъ вѣсовъ, стеклянаго флакона, какого нибудь сѣмени, напр. льняного, или проса и воды, можетъ быть опредѣленъ удѣльный вѣсъ различныхъ пористыхъ веществъ, (какъ напр. почвы) и вообще такихъ, которыя не могутъ быть погружаемы въ жидкость.

http://vofem.ru

№ 19. Найти два цѣлыя числа, которыхъ геометрическое отношеніе равно ариѳметическому.

№ 20. Найти условіе, при которомъ величина дроби $\frac{ax^2+bx+c}{a'x^2+b'x+c'}$ не зависитъ отъ x.

№ 21. Доказать теорему: если изъ произвольной точки окружности проведемъ три хорды и опишемъ на нихъ, какъ на діаметрахъ, три окружности, то три точки пересѣченія послѣднихъ будутъ лежать на одной прямой.

№ 22. Въ тетраэдрѣ SABC противоположныя ребра попарно равны, т. е. $SA=BC=a$, $SB=AC=b$, $SC=AB=c$. Выразить черезъ a, b и c его объемъ.

№ 23. Прямая AB раздѣлена на n равныхъ частей; въ точкахъ дѣленія приложены силы параллельныя, направленныя въ одну сторону и по величинѣ пропорціональныя разстояніямъ отъ начальной точки A. Опредѣлить: 1) разстояніе центра параллельныхъ силъ отъ A и 2) предѣлъ, къ которому приближается это разстояніе при увеличеніи числа n до безконечности.

№ 24. На берегу пруда на высотѣ h надъ его поверхностію стоитъ наблюдатель, который опредѣляетъ уголъ высоты α нѣкоторой точки облака надъ горизонтомъ его глаза и уголъ β отраженія той-же точки въ прудѣ подъ тѣмъ-же горизонтомъ. Найти линейную высоту облака надъ горизонтомъ.

(Учит. Кам.-Под. гимн. Н. Конопацкій).

№ 25. На гипотенузѣ прямоугольнаго треугольника найти точку, равноудаленную отъ катета и вершины противолежащаго угла.

Рѣшенія задачъ.

Рѣшеніе задачи № 57, предложенной въ № 14 Журн. Эл. Мат. за 188⁵/₆ г. на стр. 334.

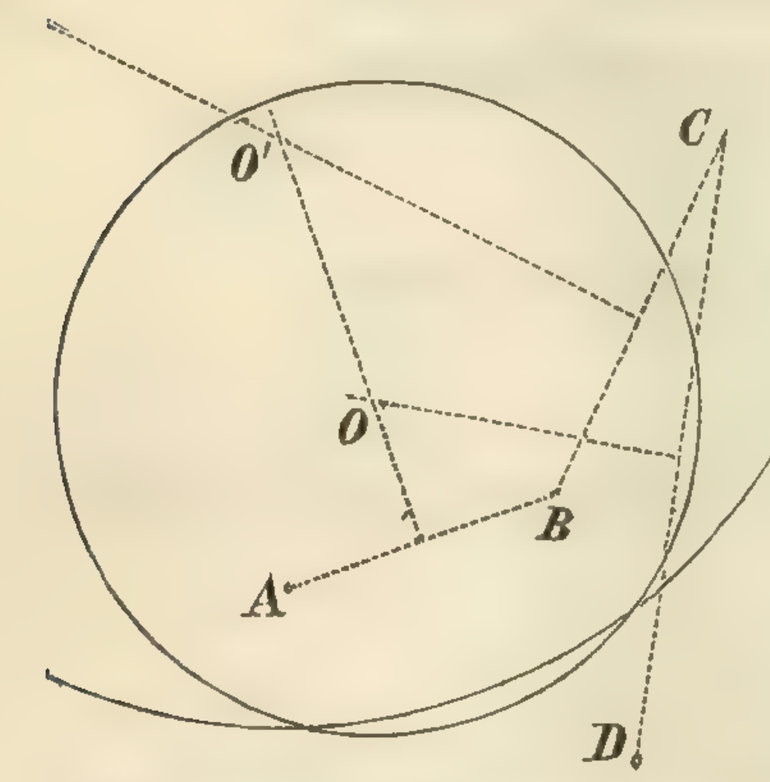
Начертить окружность такъ, чтобы она находилась въ одинаковомъ разстояніи отъ четырехъ точекъ A, B, C и D.

http://vofem.ru

Заданному условію можно удовлетворить двумя способами:

Во 1-хъ можно провесть окружность такъ, чтобы двѣ данныя точки находились внутри, а двѣ остальныя внѣ ея. Для этой цѣли изъ серединъ прямыхъ AB и CD (фиг. 15) возставляемъ перпендикуляры до пересѣченія въ точкѣ O; принявъ ее за центръ, радіусомъ равнымъ средней величинѣ между разстояніями OA и OC опишемъ окружность, которая будетъ одною изъ искомыхъ. Такихъ окружностей можно начертить вообще говоря три, такъ какъ четыре точки можно дѣлить попарно тремя способами.

Фиг. 15.



Во 2-хъ требуемую окружность можно провесть такъ, чтобы три данныя точки находились по одну ея сторону, а четвертая по другую Для этого изъ серединъ AB и BC возставляемъ перпендикуляры до пересѣченія въ точкѣ O′; принявъ ее за центръ, радіусомъ равнымъ средней ариѳметической величинѣ между O′A и O′D описываемъ окружность, которая тоже будетъ одною изъ искомыхъ. Такихъ окружностей, вообще говоря, можно начертить четыре.

Слѣдовательно въ общемъ случаѣ задача имѣетъ семь рѣшеній.

Въ томъ частномъ случаѣ, когда данныя четыре точки находятся на одной окружности, задача имѣетъ безчисленное множество рѣшеній. Наконецъ въ такомъ случаѣ, когда всѣ четыре точки лежатъ на одной прямой, задача не имѣетъ ни одного рѣшенія.

(Д. Юскевичъ. Ученики: 5 кл. Кишин. р. уч. М. Н. и Ѳ. К., 7 кл. Екатериносл. гимн. В. К., Курской—И. Д. и Немир.—И. Г., 8 кл: Немир. гимн. И. Ж.).

Рѣшеніе задачи № 58, предложенной въ № 14 Журн. Эл. Мат. за $188^5/_6$ г. на стр. 335.

Рѣшить уравненія:

$$\frac{(x-y)^2+1}{(x+y)^2+1}=\frac{a^2}{b^2+1},$$

$$\frac{x^2}{y^2+1}=\frac{(a-b)^2+1}{(a+b)^2+1}.$$

http://vofem.ru

Будемъ разсматривать каждое уравненіе какъ пропорцію. Взявъ вмѣсто первой пропорціи отношенія разности членовъ къ ихъ суммѣ, получимъ:

$$\frac{2xy}{x^2+y^2+1}=\frac{b^2-a^2+1}{a^2+b^2+1}.$$

Точно также вмѣсто второго уравненія можно написать

$$\frac{2x^2}{x^2+y^2+1}=\frac{(a-b)^2+1}{a^2+b^2+1}.$$

Раздѣливъ послѣднее уравненіе на предыдущее, найдемъ

$$\frac{x}{y}=\frac{(a-b)^2+1}{b^2-a^2+1}. \qquad (1)$$

Опредѣлимъ отсюда x и подставимъ во второе данное уравненіе; тогда

$$\frac{y^2}{y^2+1}=\frac{(b^2-a^2+1)^2}{\{(a+b)^2+1\}\{(a-b)^2+1\}},$$

откуда

$$y=\pm\frac{b^2-a^2+1}{2a}.$$

Затѣмъ изъ уравненія (1) найдемъ

$$x=\pm\frac{(a-b)^2+1}{2a}.$$

(С. Соколовъ. Ученики: 6 кл. Курской гимн. И. Ч., 7 кл. Екатериносл. гимн. В. К. и Немировской—И. Г. й 8 кл. Немир. гимн. И. Ж.)

Смѣсь.

Термоэлектричество. Гг. Пиллеръ и Жаннетацъ показали, что термоэлектрическій токъ можетъ быть полученъ при соединеніи (проводникомъ) двухъ неодинаково нагрѣтыхъ точекъ одной и той-же металлической пластинки, имѣющей слоистое или волокнистое строеніе. Пластинки приготовлялись изъ цинка, олова, желѣза и мѣди посредствомъ плющенія. Цинкъ далъ наиболѣе сильный термоэлектрическій токъ, а мѣдь—наименѣе сильный. Направленіе тока оказалось всегда одинаковымъ: отъ менѣе нагрѣтой точки къ болѣе нагрѣтой (въ пластинкѣ) вдоль слоевъ.

Опыты эти не имѣютъ никакого особеннаго значенія и результаты ихъ ничего новаго не обнаружили. Давно извѣстно, что прикосновеніе нагрѣтаго металла къ холодному вызываетъ токъ, что нагрѣваніе проволоки вблизи того мѣста, гдѣ однородность ея строенія была какимъ нибудь образомъ нарушена, тоже порождаетъ термоэлекрическій токъ и пр.

Направленіе подобныхъ токовъ обусловливается не только различіемъ молекулярнаго строенія, такъ какъ оно главнымъ образомъ зависитъ отъ температуры. Такъ напр. при прикосновеніи нагрѣтаго цинка къ холодному термоэлекрическій токъ можетъ имѣть и то и другое направленіе, смотря по температурѣ, до которой былъ нагрѣтъ одинъ конецъ [1]). Слѣдовательно должна всегда существовать и такъ называемая *нейтральная* точка, т. е. температуры обоихъ концовъ t и t', могутъ быть такъ подобраны, что при прикосновеніи никакого тока не будетъ.

Чувствительность глаза на слабые оттѣнки разныхъ цвѣтовъ подвергалась недавно изслѣдованію въ Америкѣ. E. L. Nichols смѣшивалъ бѣлый порошокъ (углекислой) магнезіи съ различными цвѣтными порошками въ разныхъ пропорціяхъ, при чемъ оказалось, что вообще чувствительность глаза наименьше для зеленаго цвѣта и наибольше для краснаго. Любопытно при этомъ, что при испытаніяхъ Никольса глазъ мужчинъ оказался болѣе чувствительнымъ для отличія окраски въ самой слабой степени и менѣе чувствительнымъ въ отличіи оттѣнковъ одного и того-же цвѣта, чѣмъ глазъ женщинъ.

Налетъ въ электрическихъ лампахъ накаливанія, покрывающій собою внутреннюю поверхность ихъ стеклянаго колпака, по изслѣдованіямъ I. A. Fleming'а состоитъ не только изъ угля, но еще изъ того металла, къ которому прикрѣплены концы угольной нити. При этомъ осадокъ этого металла замѣчается преимущественно въ нижней части лампы.

Кстати замѣтимъ, что фирма братьевъ Сименсъ и Комп. въ послѣднее время изготовляетъ электрическія лампы наполненныя водородомъ, на томъ именно основаніи, что присутствіе водорода, какъ показали опыты, въ значительной мѣрѣ уменьшаетъ образованіе налета.

Отвѣты редакціи.

Н. Н. Ш (Х.) Вслѣдствіе нѣкотораго накопленія матеріала статья Вашего брата можетъ быть помѣщена немного позже, вѣроятно въ послѣднихъ номерахъ 1-го семестра.

[1]) Относительно цинка это было провѣрено нами на опытѣ.

http://vofem.ru

Редакторъ-Издатель **Э. К. Шпачинскій.**

Каталогъ специальныхъ журналовъ

за 1886 г.

съ указаніемъ ихъ приблизительной годовой цѣны.

A. Французскіе

въ Парижѣ:

(Продолженіе).

Technologiste	12 №№	12,00 руб.
Tour du monde	52 „	13,25 „
Univers illustré	52 „	12,50 „

Въ Брюсселѣ:

Abeille. Revue pédagogique	12 „	3,60 „
Annales de l'électricité	24 „	12,50 „
Archives de biologie	4 „	18,00 „
Bibliographie de Belgique	12 „	2,80 „
Bulletin de l'Academie royale des sciences de Belgique	12 „	6,00 „
Ciel et terre	12 „	5,00 „
Globe illustré	52 „	5,00 „
Mathesis. Recueil de mathématiques	12 „	4,50 „
Moniteur industriel	12 „	14,50 „
Mouvement géographique	24 „	4,00 „
Revue de l'instruction publique en Belgique	6 „	4,00 „

Въ Женевѣ:

Archives des sciences physiques et naturelles	12 „	12,00 „
Journal suisse d'horlogerie	12 „	6,00 „
Journal télégrafique	12 „	4,00 „

Въ Лозаннѣ:

Bibliothèque universelle et Revue suisse	12 „	12,00 „

(Продолженіе слѣдуетъ).

http://vofem.ru

Редакція Вѣстника Оп. Физики и Элементарной Математики печатаетъ на послѣднихъ страницахъ журнала частныя объявленія (о книгахъ физич. приборахъ, учебныхъ пособіяхъ, журналахъ и пр.) съ платою за строку петита, или за ея мѣсто:

за одинъ разъ 15 к.
„ два раза 25 к.
„ три „ 30 к.
„ четыре „ 35 к. и т. д.

Магазины книжные, физическихъ приборовъ и учебн. пособій при помѣщеніи въ „Вѣстникѣ" своихъ каталоговъ пользуются 20% уступки.

ТИПОГРАФІЯ Е. Т. КЕРЕРЪ,

АРЕНДУЕМАЯ

Н. ПИЛЮЩЕНКО и С. БРОДОВСКИМЪ

Кіевъ, Б. Владимірская ул., возлѣ Золотыхъ воротъ, домъ Сѣтовой.

Принимаются заказы всѣхъ типографскихъ работъ и гравированіе на деревѣ: чертежей, рисунковъ, видовъ, портретовъ и всякихъ клишэ для иллюстрированныхъ изданій, спеціальныхъ журналовъ, каталоговъ, календарей и пр. Типографія имѣетъ всѣ необходимые шрифты для печатанія математическихъ сочиненій. Цѣны самыя умѣренныя. Смѣты высылаются по первому требованію.

ПРОДОЛЖАЕТСЯ ПОДПИСКА

НА ЖУРНАЛЪ „ТЕХНИКЪ" НА 1886 ГОДЪ.

(пятый годъ изданія)

На годъ съ пересылкой и доставкой 6 р.
„ полгода „ „ „ „ 4 р.

Лицамъ учащимся и служащимъ допускается разсрочка на какіе угодно сроки и суммы взноса.

За перемѣну адреса какъ городскіе, такъ и иногородные подписчики высылаютъ 30 к. (марками).

Нѣкоторые №№ за прошлые года почти совсѣмъ разошлись.

КОНТОРА РЕДАКЦІИ: Москва. Мясницкія ворота, домъ Фирсановой.

ВЪ КНИЖНЫЕ МАГАЗИНЫ

НИКОЛАЯ ЯКОВЛЕВИЧА ОГЛОБЛИНА,

коммиссіонера ИМПЕРАТОРСКАГО Университета Св. Владиміра

въ Кіевѣ, Крещатикъ, № 33, и въ С.-Петербургѣ, М. Садовая № 4.

Поступили въ продажу новыя книги:

(Продолженіе).

Котельниковъ Е. Выборъ и содержаніе локомобиля. Изд. 2-е испр. и дополн. съ чертеж. СПБ. 1886 ц. 1 р.

Крутиковъ Ѳ. Разложеніе дробей по убывающимъ степенямъ какого-нибудь цѣлаго числа. М. 1885 ц. 60 к.

Курвоазье. Лекціи общихъ началъ строительнаго искусства. Строительныя (каменныя) работы. СПБ. 1885 г.

Курдюмовъ В. Основанія и фундаменты. Лекціи (литограф.) Спб., 1886 ц. 5 руб.

Курзановъ Р. Полная разцѣночная книга для строительныхъ работъ, приспособл. къ составленію нормальн. и исполн. смѣтъ согласно выводамъ и расчетамъ Урочн. Полож. Съ пояснит. чертежами. Саратовъ 1883 ц. 7 р.

Ледебуръ А. Печи для металлургическихъ процессовъ. Перев. А. Шуппе. СПБ. 1886 ц. 1 р.

Ляцкій З. Новое объясненіе грозы, всѣхъ трехъ родовъ молній и огней Св. Эльма. Поневѣжъ 1885 ц. 1 р.

Максуэлль Кл. Электричество въ элементарной обработкѣ. Перев. съ англ. подъ ред. проф. Авенаріуса. К. 1886 ц. 1 р. 50 к.

Маракуевъ Н. Галилей, его жизнь и ученые труды. М. 1885 ц. 30 к.

Некрасовъ П. Рядъ Лагранжа и приближенныя выраженія функцій весьма большихъ чиселъ. Отд. I Рядъ Лагранжа М. 1885 ц. 2 р.

Пальшау А. Начала начертательной геометріи съ прилож. черченія кривыхъ. Харьковъ 1886 ц. 1 р. 35 к.

Петровъ Н. Треніе въ машинахъ и вліяніе на него смазывающей жидкости. Съ 5 граф. табл. СПБ. 1886 ц. 10 р.

(Продолженіе слѣдуетъ).

http://vofem.ru

Дозволено цензурою. Кіевъ, 11 Сентября 1886 года.
Тип. Е. Т. Керерь, арендуемая Н. Пилющенко и С. Бродовскимъ.